

文章编号: 1000- 0615(2002)06- 0519- 09

飞碟型网箱的水动力学数值计算法

章守宇, 刘洪生

(上海水产大学海洋学院, 上海 200090)

摘要: 依据牛顿第二定律和角动量守恒定律, 导出了波、流共同作用下飞碟型网箱的水动力学方程组, 并给出了数值求解。在流速 $1.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 、波长 50m、周期 8s、水深 30m 的情形下, 计算结果显示, 波高大于 5.5m 时波力大于流力, 反之后者占主导。网箱受力呈周期性、不对称变化。相同情形下, 设置水层下降 5m 时, 受力峰值由水面的 21.1t 降至 10.4t, 后者只有前者的 49.3%, 表明网箱设置水层下降可以较大程度地减缓其受力。计算所用的部分参数尚需通过现场实测来检验和修正。

关键词: 飞碟型网箱; 水动力学; 数值计算法

中图分类号: S963.21 文献标识码: A

Hydrodynamic numerical solution to SeaStation cage

ZHANG Shou-yu, LIU Hong-sheng

(Ocean College, Shanghai Fisheries University, Shanghai 200090, China)

Abstract: Based on the Newton's second law and the conservation law of angular momentum, the hydrodynamic equations of the SeaStation cage under the action of both waves and currents were derived, and their numerical solution has been obtained. Given the current velocity of $1.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, wave length of 50 m, period of 8 s, depth of 30 m, the results showed that the force of waves of heights over 5.5 m was greater than current force, and that the force varied periodically and asymmetrically. On the contrary side the current force became dominant force. Under the same case, the maximum force decreased from the 21.1t of sea surface to 10.4t, when the cage lowered 5 m, so it is possible to decrease the force acted on SeaStation by lowering its depth. Some parameters used in the paper need verifying and modifying through further survey.

Key words: SeaStation cage; hydrodynamics; numerical solution

对深水网箱进行水动力学的分析与计算, 以便选择适当的设置地点, 是当前深水网箱养殖中迫切需要解决的基本课题。本文以形状、结构较为特别的飞碟型网箱为例, 探讨其在波、流共同作用下的受力计算方法, 以期为减少由于设置地点选择不当而带来的破网、散架事故提供可参考的依据。

1 计算理论

飞碟型网箱由环形框架、立管、沉块、网衣及其他附件组成, 由于中间立管上下两端各通过 12 根纲索与环形框架相连接, 形似飞碟(flying saucer)故而称之。网箱浮力由中空的环形框架和立管以及浮球

提供,与网箱自重及混凝土沉块重力构成垂向平衡。

1.1 运动坐标

建立如图1所示的直角坐标系,海底向右取x正方向,垂直向上为z正方向。设环形框架直径PQ为e,锚泊点间距AB长为l,纲绳AC=BD=a及纲绳CP=DQ=c。网箱因波、流作用而发生偏离,各点的运动坐标为A(0,0)、B(l,0)、C(a cos α, a sin α)、D(l cos β, a sin β)、P(a cos α + c cos θ, a sin α + c sin θ)、Q(l - a cos β - c cos γ, a sin β + c sin γ)、G(x_G, z_G),其中α、β为纲绳AC、BD与海底的夹角,θ、γ为网箱偏角,它们的取向如图1所示。

网箱重心G的坐标可进一步表示为

$$\begin{cases} x_G = a \cos \alpha + c \cos \theta + (e/2) \cos \varphi - j \sin \varphi \\ z_G = a \sin \alpha + c \sin \theta - (e/2) \sin \varphi - j \cos \varphi \end{cases} \quad (1)$$

上式中φ为网箱离开静稳状态时的倾角,j为重心沿立管至环形管的垂直距离。由几何关系可得到

$$\begin{cases} l = a(\cos \alpha + \cos \beta) + c(\cos \theta + \cos \gamma) + e \cos \varphi \\ e^2 = l^2 + 2a^2 + 2c^2 + 2a^2 \cos(\alpha + \beta) + 2c^2 \cos(\theta + \gamma) \\ \quad + 2ac(\cos(\alpha - \theta) + \cos(\beta - \gamma) + \cos(\beta + \theta) + \cos(\alpha + \gamma)) \\ \quad - 2l(a \cos \alpha + a \cos \beta + c \cos \theta + c \cos \gamma) \end{cases} \quad (2)$$

1.2 力学关系

由牛顿第二定律及角动量守恒定律得到

$$\begin{cases} m \ddot{x}_G = -T_p \cos \theta + T_Q \cos \gamma + F_{WH} + F_L \\ m \ddot{z}_G = -T_p \sin \theta - T_Q \sin \gamma + F_{WV} + B_0 \\ I_G \ddot{\varphi} = T_p \cos \theta (j \cos \varphi + e/2 \sin \varphi) - T_Q \cos \gamma (j \cos \varphi - e/2 \sin \varphi) \\ \quad + T_p \sin \theta (e/2 \cos \varphi - j \sin \varphi) - T_Q \sin \gamma (e/2 \cos \varphi + j \sin \varphi) \\ \quad + B_0 (j + e/2) \sin \varphi - F_g \cos \varphi + N_W \end{cases} \quad (3)$$

式中m为网箱的质量,T_p、T_Q分别为网箱系留纲索的张力;F_L为潮流对于网箱的作用力,B_0为剩余浮力(浮力-网箱自重),F_{WH}、F_{WV}分别为波浪力作用于网箱的水平和垂直成分;I_G为网箱重心G的惯性力矩,N_W为波浪力产生的力矩;“·”表示对时间的微分。

对于纲绳张力调节点C和D,由矢量合成原理整理得到

$$\begin{cases} B_C \cos \alpha = T_p \sin(\alpha - \theta) \\ B_D \cos \beta = T_Q \sin(\beta - \gamma) \end{cases} \quad (4)$$

B_C、B_D分别表示浮子C和D的浮力。

1.3 潮流力

在以下计算中,分别以下标1、2、3表示与构成网箱的环形管、立管和网衣有关的变量,而流速下标1、2则表示网箱外、内的流速。由于重锤、收鱼环等网箱附件的体积较小,在计算波浪、流对网箱的作用力时可以忽略它们的影响,故将网箱视作由环形管、立管和网衣构成的浮体。潮流对浮体的作用力由潮流对环形管、立管和网衣的分作用力合成^[1],即

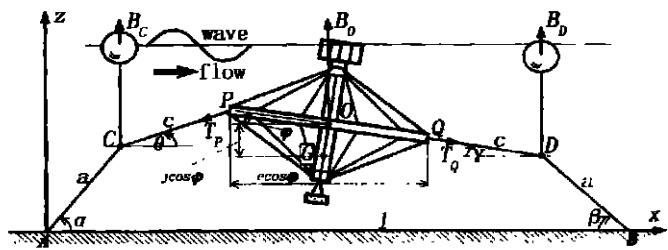


图1 飞碟型网箱在波流作用下的偏离

Fig. 1 Deviation of SeaStation cage under the action of waves and currents

$$\begin{cases} F_L = F_{L1} + F_{L2} + F_{L3} \\ F_{L1} = \frac{1}{4} \rho C_{d1} d_1 e (U_1^2 + U_2^2) \\ F_{L2} = \frac{1}{2} \rho C_{d2} d_2 y U_2^2 \\ F_{L3} = \sum \frac{1}{2} \rho C_{d3} \frac{d_3}{n} (\tan \phi + \cot \phi (\sin \kappa \sin \delta)^2) U^2 \Delta S \end{cases} \quad (5)$$

式中, ρ 为流体密度、 C_d 为拖曳系数、 d 为直径、 n 为网衣半目大、 ϕ 为缩结角度、 κ 为冲角即网衣与流向的夹角, δ 为计算偏转角 δ 在水平面的投影弧度(见图 2), U 为潮流大小。

微面元 ΔS 如图 2 所示, 可表达为

$$\Delta S = \frac{1}{2} (1 + (e/y)^2) (y - 2\xi) \Delta \xi \Delta \delta \quad (7)$$

因为

$$\Delta \delta = \frac{2e}{\sqrt{e^2 + y^2} \sqrt{e^2 - 4\xi^2}} \Delta \xi \quad (8)$$

(7)、(8)代入(5)式中第三式可得

$$F_{L3} = \frac{\pi}{8} \rho C_{d3} \frac{d_3 e}{n} (\sqrt{e^2 + y^2} \tan \phi + y \cot \phi) (U_1^2 + U_2^2) \quad (9)$$

其中网箱内流速 U_2 由下式^[1]给出

$$U_2 = \frac{1}{2} U_1 + \sqrt{\frac{1}{4} U_1^2 - \frac{F_{LF}}{\rho S_0}} \quad (10)$$

F_{LF} 为潮流在迎流面网衣的合力, S_0 为飞蝶形网衣的截流面积, 即 $S_0 = ey/2$ 。

1.4 波浪力

一般认为波、流共同作用下的波流场仍然是有势的, 故设波高 H 、周期 T 、波长 L 的波在水深 h 海域, 位于深度为 z 的水质点运动的水平速度 u 、垂直速度 v 可以由小振幅波理论得到

$$\begin{cases} u = \frac{H}{2} \sigma \frac{\cosh k(h + \zeta - y/2)}{\sinh kh} \cos(k\xi - \varphi) \\ v = \frac{H}{2} \sigma \frac{\sinh(h + \zeta - y/2)}{\sinh kh} \sin(k\xi - \varphi) \end{cases} \quad (11)$$

这里 $k = 2\pi/L$, $\sigma = 2\pi/T$, ξ, ζ 分别为以浮心 O 为起点的 x 和 z 的坐标, y 为立管高度。

波浪作用于浮体各部位(x, z)的波浪力包括质量力和拖曳力两部分^{[2][3]}, 由 Morrison 公式给出

$$\begin{cases} \mathcal{F}_m = \rho(1 + C_m) \Delta V \frac{d \bar{u}}{dt} - \rho C_m \Delta V \frac{d \bar{w}}{dt} \\ \mathcal{F}_d = \frac{1}{2} \rho C_d \Delta S | \bar{u} - \bar{w} | (\bar{u} - \bar{w}) \end{cases} \quad (12)$$

式中 $\mathcal{F}_m, \mathcal{F}_d$ 分别为浮体各部位的质量力和拖曳力, $\Delta V, \Delta S$ 为浮体各部位的体积和投影面积, C_m, C_d 为浮体各部位的附加质量系数和拖曳系数, $\bar{u}(u, v)$ 为流体速度。当 φ 变动较小时, 浮体各部位坐标 (x, z) 可表示为

$$\begin{cases} x = x_G + (\zeta + j) \sin \varphi + \xi \cos \varphi \\ z = z_G + (\zeta + j) \cos \varphi - \xi \sin \varphi \end{cases} \quad (13)$$

因为浮体运动的速度 \bar{w} 和加速度 $d \bar{w}/dt$ 可分别由对(13)式求一阶和二阶导数得到, 故波浪对于浮体在水平方向的总作用力 F_{WH} 可由下式给出

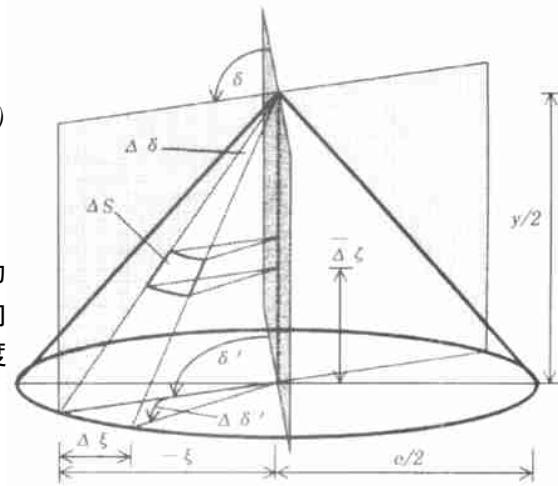


图 2 网衣微面元与环形框架直径、立管高度等诸要素的几何关系

Fig. 2 The geometrical relation of net elements, the ring frame diameter and vertical pipe height etc.

$$F_{WH} = \sum [f_{m1H}] + \sum [f_{d1H}] + \sum [f_{m2H}] + \sum [f_{d2H}] + \sum [f_{m3H}] + \sum [f_{d3H}] \quad (14)$$

上式右边一、二项为波浪对环形管在水平方向上的质量力和拖曳力,而三、四项则为波浪对立管在水平方向上的质量力和拖曳力,五、六项为波浪对网衣在水平方向上的作用力。设 d_1, d_2, d_3 分别为环形管、立管和网线的直径,则上式右边各项的计算式可根据(12)、(13)式整理为

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum [f_{m1H}] = \frac{\pi \omega^2 \rho (1 + C_{m1H}) H d_1^2 \cosh k(h - y/2)}{4 \sinh kh} \int_{-e/2}^{e/2} \frac{\sin(k\xi - \alpha_t)}{\sqrt{e^2 - 4\xi^2}} d\xi \\ - \frac{\pi \omega^2 \rho C_{m1H} d_1^2 e}{4} (x_G + j \dot{\varphi}) = f_1 - m_{x1} x_G - I_1 \dot{\varphi} \end{array} \right. \quad (15-1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum [f_{d1H}] = \frac{1}{4} \rho C_{d1H} d_1 \pi e \int_{-e/2}^{e/2} 2 \frac{2 |u - \dot{x}_G - j \dot{\varphi}| (u - \dot{x}_G - j \dot{\varphi})}{\sqrt{e^2 - 4\xi^2}} d\xi = f_2 \\ \sum [f_{m2H}] = \frac{\pi \omega^2 \rho (1 + C_{m2H}) H d_2^2}{8k} \left[1 - \frac{\sinh k(h - y)}{\sinh kh} \right] \cosh k(h + \zeta - \frac{y}{2}) \\ - \frac{\pi \rho C_{m2H} d_2^2 y}{4} (x_G + j \dot{\varphi}) = f_3 - m_{x2} x_G - I_2 \dot{\varphi} \end{array} \right. \quad (15-2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum [f_{d2H}] = \frac{1}{2} \rho C_{d2H} d_2 \pi \int_{-y/2}^{y/2} |u_2 - \dot{x}_G - (\zeta + j) \dot{\varphi}| \times (u_2 - \dot{x}_G - (\zeta + j) \dot{\varphi}) d\zeta = f_4 \\ \sum [f_{m3H}] = \frac{\pi \rho e d_3^2 \sqrt{e^2 + y^2}}{2n \sin \phi} \left\{ \frac{2 \sigma^2 (1 + C_{m3H})}{y^2 \sinh kh} \left[\frac{y}{k} \sinh k(h - y) - \frac{1}{k^2} (\cosh k(h - y)) \right] \right. \\ \left. \times \int_{-e/2}^{e/2} \frac{H \sin(k\xi - \alpha_t)}{\sqrt{e^2 - 4\xi^2}} d\xi - \pi C_{m3H} x_G - \pi C_{m3H} (\frac{y}{6} - j) \dot{\varphi} \right\} = f_5 - m_{x3} x_G - I_3 \dot{\varphi} \end{array} \right. \quad (15-3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum [f_{d3H}] = \frac{1}{2} \rho C_{d3H} \Gamma_s \int_{-e/2}^{e/2} 2 \int_{-y/2}^{y/2} \frac{(\zeta - y/2)}{\sqrt{e^2 - 4\xi^2}} |u - \dot{x}_G - (\zeta + j) \dot{\varphi}| \\ \times (u - \dot{x}_G - (\zeta + j) \dot{\varphi}) d\zeta d\xi / 2 = f_6 \end{array} \right.$$

(15) 方程组中的下标 H 表示水平方向上的分量。仿照以上步骤可得波浪对于浮体在垂直方向的总作用力 F_{WV} 表达式

$$F_{WV} = \sum [f_{m1V}] + \sum [f_{d1V}] + \sum [f_{m2V}] + \sum [f_{d2V}] + \sum [f_{m3V}] + \sum [f_{d3V}] \quad (16)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum [f_{m1V}] = - \frac{\pi \omega^2 (1 + C_{m1V}) d_1^2 e \sinh k(h - y/2)}{4 \sinh kh} \int_{-e/2}^{e/2} \frac{\cos(k\xi - \alpha_t)}{\sqrt{e^2 - \xi^2}} d\xi \\ - \frac{1}{4} \rho C_{m1V} d_1^2 \pi^2 e z_G = f_7 - m_{z1} z_G \end{array} \right. \quad (17-1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum [f_{d1V}] = \pi \rho C_{d1V} d_1 e \int_{-e/2}^{e/2} \frac{|v - \dot{z}_G + \xi \dot{\varphi}| (v - \dot{z}_G + \xi \dot{\varphi})}{\sqrt{e^2 - 4\xi^2}} d\xi = f_8 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum [f_{m2V}] = - \frac{\pi \omega^2 \rho (1 + C_{m2V}) H d_2^2 \sinh k(h - y/2)}{8k \sinh kh} (\sinh ky - \sinh k(h - y)) \\ - \frac{\pi}{4} \rho C_{m2V} d_2^2 y z_G = f_9 - m_{z2} z_G \end{array} \right. \quad (17-2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum [f_{d2V}] = \frac{\pi}{2} \rho C_{d2V} d_2 \int_{-y/2}^{y/2} |v_2 - \dot{z}_G| (v_2 - \dot{z}_G) d\zeta = f_{10} \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma[\mathcal{F}_{m3V}] = \frac{\pi Q d_3^2 \sqrt{e^2 + y^2}}{ny^2 \sin \phi} \left\{ \frac{\sigma^2 (1 + C_{m3V}) H}{\sinh kh} \left[\frac{y}{k} \cosh k(h - y) - \frac{\sinh kh - \sinh k(h - y)}{k^2} \right] \right. \\ \times \int_{-e/2}^{e/2} \frac{\cos(k\xi - \alpha)}{\sqrt{e^2 - 4\xi^2}} d\xi + \left. \frac{\pi C_{m3V} y^2}{2} z_G \right\} = f_{11} - m_{3zG} \\ \Sigma[\mathcal{F}_{d3V}] = \frac{4\pi Q d_3 v e d_3 \sqrt{e^2 + y^2}}{ny^2 \sin \phi} \int_{-e/2}^{e/2} \int_{-y/2}^{y/2} \frac{(\xi - y/2)}{\sqrt{e^2 - 4\xi^2}} |v - \dot{z}_G + \xi \dot{\varphi}| \times (v - \dot{z}_G + \xi \dot{\varphi}) d\xi d\zeta = f_{12} \end{array} \right. \quad (17-3)$$

(17) 方程组中的下标 V 表示垂直方向上的分量。

1.5 角动量

环形管、立管和网衣的角动量^[4]按下式计算

$$\left\{ \begin{array}{l} J_1 = \rho_1 e \left(y^2 + \frac{e^2}{8} \right) \dot{\varphi}, \\ J_2 = \rho_2 y \left(j^2 + \frac{3}{4} y^2 \right) \dot{\varphi} \\ J_3 = - \frac{8\pi^2 \rho_3 e d_3 y^2 \sqrt{e^2 + y^2}}{4ny^2 \sin \phi} \left(\frac{y}{24} (2j - \frac{y}{2}) - j^2 - \frac{e^2}{4} \right) \dot{\varphi} \end{array} \right. \quad (18)$$

上式中 ρ_1 、 ρ_2 、 ρ_3 分别为环形管单位弧长、立管单位高度和网衣单位面积的质量。因为以上三者之间的相对运动忽略，故网箱的角动量 J 可认为是这三部分角动量的叠加，即

$$J = J_1 + J_2 + J_3 = I_G \dot{\varphi} \quad (19)$$

1.6 力矩

波浪力产生的力矩总和可由下式求出。

$$\begin{aligned} NW = & \Sigma[\mathcal{F}_{m1V}\xi] + \Sigma[\mathcal{F}_{d1V}\xi] - \Sigma[\mathcal{F}_{m2H}(\zeta + j)] - \Sigma[\mathcal{F}_{d2H}(\zeta + j)] \\ & - \Sigma[\mathcal{F}_{m3H}(\zeta + j)] - \Sigma[\mathcal{F}_{d3H}(\zeta + j)] + \Sigma[\mathcal{F}_{m3V}\xi] + \Sigma[\mathcal{F}_{d3V}\xi] \end{aligned} \quad (20)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma[\mathcal{F}_{m1V}\xi] = - \frac{\pi \rho^2 (1 + C_{m1V}) H d_1^2 e \sinh k(h - y/2)}{4 \sinh kh} \int_{-e/2}^{e/2} \frac{\cos(k\xi - \alpha)}{\sqrt{e^2 - 4\xi^2}} \xi d\xi \\ + \frac{\pi Q C_{m1V} d_1^2 e^3}{32} \dot{\varphi} = f_{13} - I_4 \dot{\varphi} \end{array} \right. \quad (21-1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma[\mathcal{F}_{d1H}\xi] = \pi Q C_{d1V} d_1 e \int_{-e/2}^{e/2} \frac{|v - \dot{z}_G + \xi \dot{\varphi}| (v - \dot{z}_G + \xi \dot{\varphi})}{\sqrt{e^2 - 4\xi^2}} \xi d\xi = f_{14} \\ \Sigma[\mathcal{F}_{m2H}(\zeta + j)] = \frac{\pi \rho^2 (1 + C_{m2H}) H d_2^2 \sin(k\xi - \alpha)}{8k \sinh kh} \left[\left(\frac{y}{2} + j \right) \sinh kh \right. \\ \left. + \left(\frac{y}{2} - j \right) \sinh k(h - y) - \frac{1}{k} (\cosh kh - \cosh k(h - y)) \right] \\ - \frac{\pi Q C_{m2H} d_2^2 y}{4} \dot{x}_G - \frac{\pi Q C_{m2H} d_2^2 y}{4} \left(j^2 + \frac{3}{4} y^2 \right) \dot{\varphi} = f_{15} - m_{x4} \dot{x}_G - I_5 \dot{\varphi} \end{array} \right. \quad (21-2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma[\mathcal{F}_{d2H}(\zeta + j)] = \frac{\pi Q C_{d2H} d_2}{2} \int_{-y/2}^{y/2} |u_2 - \dot{x}_G - (\zeta + j) \dot{\varphi}| \\ \times (u_2 - \dot{x}_G - (\zeta + j) \dot{\varphi}) (\zeta + j) d\xi = f_{16} \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} \Sigma[\mathcal{F}_{m3H}(\zeta + j)] = & -\frac{\pi ed_3^2 \sqrt{e^2 + y^2}}{ny^2 \sin \phi} \left\{ \sigma^2 \rho (1 + C_{m3H}) H \int_{-e/2}^{e/2} \frac{\sin(k\xi - \sigma_t)}{\sqrt{e^2 - 4\xi^2}} d\xi \right. \\ & \times \left[\frac{1}{k^3} + \left(yj - \frac{y^2}{2} - \frac{1}{k^2} \right) \frac{\sinh k(h-y)}{k \sinh kh} \right. \\ & - \left. \left[j + \frac{y}{2} \right] \frac{\cosh kh}{k^2 \sinh kh} + \left[j - \frac{3y}{2} \right] \frac{\cosh k(h-y)}{k^2 \sinh kh} \right] \\ & \left. + \frac{\pi \rho C_{m3HY}^2}{24} x_G + \frac{\pi \rho C_{m3HY}^3}{2} \left(\frac{y}{6} - j \right) \varphi \right\} = f_{17} - m_{x5} x_G - I_6 \varphi \end{aligned} \quad (21-3)$$

$$\begin{aligned} \Sigma[\mathcal{F}_{d3H}(\zeta + j)] = & -\frac{4\pi \rho C_{d3H} ed_3 \sqrt{e^2 + y^2}}{ny^2 \sin \phi} \int_{-e/2}^{e/2} \int_{-y/2}^{y/2} \frac{(\zeta - y/2)}{\sqrt{e^2 - 4\xi^2}} |u - \dot{x}_G - (\zeta + j) \dot{\varphi}| \\ & \times (u - \dot{x}_G - (\zeta + j) \dot{\varphi})(\zeta + j) d\xi d\zeta = f_{18} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma[\mathcal{F}_{m3V}\xi] = & \frac{2ed_3^2 \pi \sqrt{e^2 + y^2}}{ny^2 \sin \phi} \left\{ \frac{\sigma^2 \rho (1 + C_{m3V})}{2k^2 \sinh kh} \int_{-e/2}^{e/2} \frac{H \cos(k\xi - \sigma_t)}{\sqrt{e^2 - 4\xi^2}} \xi d\xi \right. \\ & \times [ky \cosh kh - \sinh kh + \sinh k(h-y)] - \left. \frac{\pi \rho C_{m3Ve}^2}{32} \varphi \right\} = f_{19} - I_7 \varphi \end{aligned} \quad (21-4)$$

$$\begin{aligned} \Sigma[\mathcal{F}_{d3V}\xi] = & \frac{4\pi \rho C_{d3V} ed_3 \sqrt{e^2 + y^2}}{ny^2 \sin \phi} \int_{-e/2}^{e/2} \int_{-y/2}^{y/2} \frac{(\zeta - y/2)}{\sqrt{e^2 - 4\xi^2}} \\ & \times |v - \dot{z}_G + \xi \dot{\varphi}| (v - \dot{z}_G + \xi \dot{\varphi}) \xi d\xi d\zeta = f_{20} \end{aligned}$$

归类整理(15)、(17)和(21)式，并令

$$\begin{cases} F'_{WH} = \Sigma[f_1 \sim f_6], m_{xF} = \Sigma[m_{x1} \sim m_{x3}], I_x F = \Sigma[I_1 \sim I_3] \\ F'_{WV} = \Sigma[f_7 \sim f_{12}], m_z F = \Sigma[m_{z1} \sim m_{z3}] \\ N'_{W} = \Sigma[f_{13} \sim f_{20}], m_x N = \Sigma[m_{x4} \sim m_{x5}], I_N = \Sigma[I_4 \sim I_7] \end{cases} \quad (22)$$

则(15)、(17)和(21)式可一并写成

$$\begin{cases} F_{WH} = F'_{WH} - m_x F x_G - I_x F \varphi \\ F_{WV} = F'_{WV} - m_z F z_G \\ N_W = N'_{W} - m_x N x_G - I_N \varphi \end{cases} \quad (23)$$

上式代入(3)式，则有

$$\begin{cases} (m + m_x F) x_G + I_x F \varphi + T_p \cos \theta - T_Q \cos \gamma = F'_{WH} + F_L \\ (m + m_z F) z_G + T_p \sin \theta + T_Q \sin \gamma = F'_{WV} + B_0 \\ m_x N x_G + (I_N + I_N) \varphi + T_p (\sin \theta (j \sin \varphi - e/2 \cos \varphi) - \cos \theta (j \cos \varphi + e/2 \sin \varphi)) \\ \quad + T_Q (\sin \gamma (j \sin \varphi + e/2 \cos \varphi) + \cos \gamma (j \cos \varphi - e/2 \sin \varphi)) \\ \quad = B_0 (j + e/2) \sin \varphi - F_g \cos \varphi + N'_{W} \end{cases} \quad (3)$$

2 数值算法

网箱受波、流作用而运动，经过微小时间 Δ 后的各状态参数值可表示为

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha, \\ x_G = x_{G0} + \Delta x_G, \\ T_P = T_{P0} + \Delta T_P \\ \cos \alpha = \cos \alpha_0 - \sin \alpha_0 \Delta\alpha, \\ T_P \cos \alpha = T_{P0} \cos \alpha_0 - T_{P0} \sin \alpha_0 \Delta\alpha + \cos \alpha_0 \Delta T_P \\ \sin \alpha = \sin \alpha_0 + \cos \alpha_0 \Delta\alpha, \\ T_P \sin \alpha = T_{P0} \sin \alpha_0 + T_{P0} \cos \alpha_0 \Delta\alpha + \sin \alpha_0 \Delta T_P \end{array} \right. \quad (24)$$

其余参数类推, 下标 0 为 $t = t_0$ 时刻的值。

2.1 数值方程组

根据上述线性近似, 网箱的运动方程式(1)、(2)、(4)、(3')分别可改写为

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta x_G + (e/2 \sin \varphi_0 + j \cos \varphi_0) \Delta\varphi + a \sin \alpha_0 \Delta\alpha + c \sin \theta_0 \Delta\theta = 0 \\ \Delta z_G + (e/2 \cos \varphi_0 - j \sin \varphi_0) \Delta\varphi - a \cos \alpha_0 \Delta\alpha - c \cos \theta_0 \Delta\theta = 0 \\ e \sin \varphi_0 \Delta\varphi + a \sin \alpha_0 \Delta\alpha + a \sin \beta_0 \Delta\beta + c \sin \theta_0 \Delta\theta + c \sin \gamma_0 \Delta\gamma = 0 \\ C_\alpha \Delta\alpha + C_\beta \Delta\beta + C_\theta \Delta\theta + C_\gamma \Delta\gamma = 0 \end{array} \right. \quad (1')$$

其中

$$\left\{ \begin{array}{l} C_\alpha = 2a^2 \sin(\alpha_0 + \beta_0) + 2ac(\sin(\alpha_0 + \gamma_0) + \sin(\alpha_0 - \theta_0)) - 2al \sin \alpha_0 \\ C_\beta = 2a^2 \sin(\alpha_0 + \beta_0) + 2ac(\sin(\beta_0 + \theta_0) + \sin(\beta_0 - \gamma_0)) - 2al \sin \beta_0 \\ C_\theta = 2c^2 \sin(\theta_0 + \gamma_0) + 2ac(\sin(\theta_0 + \beta_0) + \sin(\theta_0 - \alpha_0)) - 2al \sin \theta_0 \\ C_\gamma = 2c^2 \sin(\theta_0 + \gamma_0) + 2ac(\sin(\gamma_0 + \alpha_0) + \sin(\gamma_0 - \beta_0)) - 2al \sin \gamma_0 \end{array} \right. \quad (25)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (B_C \sin \alpha_0 + T_{P0} \cos(\alpha_0 - \theta_0)) \Delta\alpha - T_{P0} \cos(\alpha_0 - \theta_0) \Delta\theta \\ \quad + \sin(\alpha_0 - \theta_0) \Delta T_P = T_{P0} \sin(\alpha_0 - \theta_0) - B_C \cos \alpha_0 \end{array} \right. \quad (4')$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (B_D \sin \beta_0 + T_{Q0} \cos(\beta_0 - \gamma_0)) \Delta\beta - T_{Q0} \cos(\beta_0 - \gamma_0) \Delta\gamma \\ \quad + \sin(\beta_0 - \gamma_0) \Delta T_Q = T_{Q0} \sin(\beta_0 - \gamma_0) - B_D \cos \beta_0 \end{array} \right. \quad (4'')$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (m + m_{xF}) x_G + I_{xF} \varphi - T_{p0} \sin \theta_0 \Delta\theta + T_{q0} \sin \gamma_0 \Delta\gamma + \cos \theta_0 \Delta T_P - \cos \gamma_0 \Delta T_Q \\ \quad = F'_W H + F'_L - T_{p0} \cos \theta_0 + T_{q0} \cos \gamma_0 \end{array} \right. \quad (3'')$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (m + m_{zF}) z_G + T_{p0} \cos \theta_0 \Delta\theta + T_{q0} \cos \gamma_0 \Delta\gamma + \sin \theta_0 \Delta T_P + \sin \gamma_0 \Delta T_Q \\ \quad = F'_W V + B_0 - T_{p0} \sin \theta_0 - T_{q0} \sin \gamma_0 \end{array} \right. \quad (3'')$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{xN} x_G + (I_G + I_N) \varphi + \Omega_\varphi \Delta\varphi + \Omega_\theta \Delta\theta + \Omega_\gamma \Delta\gamma + \Omega_P \Delta T_P + \Omega_Q \Delta T_Q \\ \quad = B_0(j + e/2) \sin \varphi - F'_L \cos \varphi + N'_W - \Omega_P - \Omega_Q \end{array} \right. \quad (3'')$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega_\varphi = T_{p0}(j \sin \theta_0 - e/2 \cos \theta_0) + T_{q0}(j \sin \gamma_0 - e/2 \cos \gamma_0) \\ \Omega_\theta = T_{p0}(j \varphi_0 - e/2) \cos \theta_0 + (j + e/2 \varphi_0) \sin \theta_0 \\ \Omega_\gamma = T_{q0}(j \varphi_0 + e/2) \cos \gamma_0 - (j - e/2 \varphi_0) \sin \gamma_0 \end{array} \right. \quad (26)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega_P = (j \varphi_0 - e/2) \sin \theta_0 - (j + e/2 \varphi_0) \cos \theta_0 \\ \Omega_Q = (j \varphi_0 + e/2) \sin \gamma_0 + (j - e/2 \varphi_0) \cos \gamma_0 \end{array} \right. \quad (26)$$

又因为

$$\Delta x_G = \dot{x}_G \Delta t + \frac{1}{2} \ddot{x}_G \Delta t^2 \text{ 即 } x_G = \frac{2 \Delta x_G}{\Delta t^2} - \frac{2 \dot{x}_G}{\Delta t} \quad (27)$$

将上式及 Δz_G 、 $\Delta\varphi$ 同类形式代入(3'')得

$$\begin{aligned}
 & \frac{2(m+m_{xF})}{\Delta t^2} \Delta x_G + \frac{2I_{xF}}{\Delta t^2} \dot{\varphi} - T_{p0}\sin\theta_0 \Delta\theta + T_{Q0}\sin\gamma_0 \Delta\gamma + \cos\theta_0 \Delta T_P - \cos\gamma_0 \Delta T_Q \\
 & = F'_{WH} + F_L - T_{p0}\cos\theta_0 + T_{Q0}\cos\gamma_0 + \frac{2}{\Delta t}(\dot{x}_G + \dot{\varphi}) \\
 & \frac{2(m+m_{zF})}{\Delta t^2} \Delta z_G + T_{p0}\cos\theta_0 \Delta\theta + T_{Q0}\cos\gamma_0 \Delta\gamma + \sin\theta_0 \Delta T_P + \sin\gamma_0 \Delta T_Q \\
 & = F'_{WV} + B_0 - T_{p0}\sin\theta_0 - T_{Q0}\sin\gamma_0 + \frac{2z_G}{\Delta t} \\
 & \frac{2m_{xN}}{\Delta t^2} \Delta x_G + \frac{2(I_G+I_N)}{\Delta t^2} \Delta\varphi + \Omega_\varphi \Delta\varphi + \Omega_0 \Delta\theta + \Omega_\gamma \Delta\gamma + \Omega_P \Delta T_P + \Omega_Q \Delta T_Q \\
 & = B_0(j+e/2) \sin\varphi - Fj \cos\varphi + N'_{W-} \Omega_P - \Omega_Q + \frac{2}{\Delta t}(\dot{x}_G + \dot{\varphi})
 \end{aligned} \tag{3''}$$

故解由(1')、(2')、(4')和(3'')式构成的联立方程组，即可求得反映网箱运动力学特征的 Δx_G 、 Δz_G 、 $\Delta\varphi$ 、 $\Delta\alpha$ 、 $\Delta\beta$ 、 $\Delta\theta$ 、 $\Delta\gamma$ 、 ΔT_P 、 ΔT_Q 。

2.2 计算步骤

- (1) 给定初始值 φ_0 、 θ_0 、 γ_0 均为 0, x_G 、 z_G 、 φ 为 0;
- (2) 初始 T_{p0} 、 T_{Q0} 、 α_0 、 β_0 可由静力状态计算得到;
- (3) 设置数值计算的时间步长 Δt ;
- (4) 利用(15)、(17)和(21)式计算 $m_{x1} \sim m_{x5}$ 、 $m_{z1} \sim m_{z3}$ 、 $I_1 \sim I_7$;
- (5) 利用(25)式计算 C_α 、 C_β 、 C_θ 、 C_γ ;
- (6) 解由(1')、(2')、(4')和(3'')式构成的联立方程组，求得 Δx_G 、 Δz_G 、 $\Delta\varphi$ 、 $\Delta\alpha$ 、 $\Delta\beta$ 、 $\Delta\theta$ 、 $\Delta\gamma$ 、 ΔT_P 、 ΔT_Q ;
- (7) $\dot{x}_G = \Delta x_G / \Delta t$ 、 $\dot{z}_G = \Delta z_G / \Delta t$ 、 $\dot{\varphi} = \Delta\varphi / \Delta t$;
- (8) $\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi$ 、 $\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$ 、 $\beta = \beta_0 + \Delta\beta$ 、 $\theta = \theta_0 + \Delta\theta$ 、 $\gamma = \gamma_0 + \Delta\gamma$ 、 $T_{p0} = T_{p0} + \Delta T_P$ 、 $T_{Q0} = T_{Q0} + \Delta T_Q$;
- (9) 重复循环步骤(4)~(8)。

一定尺度规格的网箱在波、流共同作用的受力大小因波浪运动而呈周期性变化，同时也因波动的振幅和波长、周期以及网箱设置海域的水深、设置水层的深度等许多因素而发生改变。因此，具体运用于现场海域时，需根据当地的地理、水文等条件来选取适当的参数。

3 计算例

图3显示了设置于流速 $1.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 、波长 50m、周期 8s、水深 30m 海域的网箱的受力随波高 H 而变化的计算结果。由图可知，网箱的总受力可分解为波力和流力，即便在流速为 $1.5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ 这样大的海区，如果波高是在 5.5m 以上，则波浪作用于网箱的力也会大于流力；当然在 5.5m 波高以下，则是流力占主要作用。但如果流速减小，则毫无疑问波力的作用将进一步显得重要。

因为波浪运动的周期性，故波、流共同作用下的网箱受力也呈周期性变化，如图4所示。与波浪运动不同的是网箱受力在一个波动周期内出现两次高峰和两次低谷，而网箱受力高峰和低谷的两侧也不像小振幅波那样呈左右对称，其原因在于网箱受力计算是基于流速大小、流动方向均一定的流与周期性波浪运动共同作用的结果。由图4还可知道，设置水层下降 5m 以后，网箱的受力明显降低，受力峰值由水面的 21.1t 降低到了 10.4t，后者只有前者的 49.3%。因此，当台风等会引起波浪显著增高的灾害性天气来临时，适当降低网箱的设置水层，可以较大幅度地减缓其受力，从而起到保护网箱的作用。表1列出了网箱不同设置水层时的受力下降率。需要指出的是，海域水深不同，波、流条件相异时，表1的计算结果是有差异的。

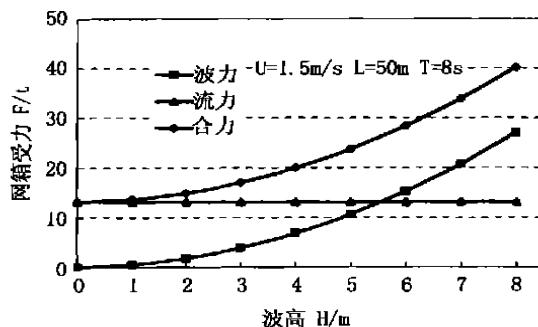


图 3 网箱受力的分解值及其随波高的变化

Fig. 3 The forces acted on the cage and their variations with wave height

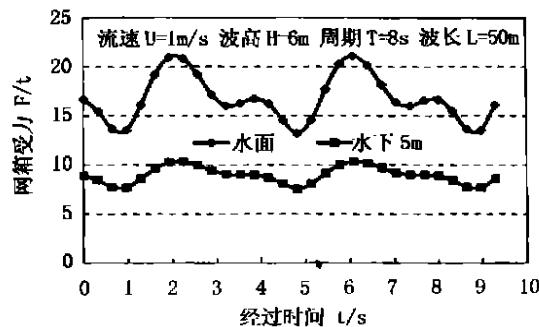


图 4 波、流共同作用下的网箱受力周期性变化

Fig. 4 The periodical variation of force on the cage under the action of both waves and currents

表 1 不同设置水层时的网箱受力的相对下降率

Tab. 1 The relative decrease rate of force on the cage on different set depth

设置水层(m) set depth	0	1	3	5	7	9	11	13	15
相对下降率(%) decrease rate	100	81.98	57.04	41.95	32.80	27.26	22.76	21.86	20.61

上述计算例中的 C_m 、 C_d 等部分参数都是直接应用国外的研究结果^[4], 尚需通过对现场海域网箱的受力实测来进行检验和修正。但我们在对设置于现场海域的飞碟型网箱进行受力实测时, 由于当时海水透明度较低以及流态较乱使张力仪缠绕网衣等原因从而导致实测失败, 这从反面也说明了理论计算的重要性。

参考文献:

- [1] Matsuda K. Fishing Gear Physics[M]. Tokyo: Seizando Press, 2001. 29– 49. [松田皎. 渔具物理学[M]. 东京: 成山堂书店, 2001. 29– 49.]
- [2] Qiu D H. Wave Theory and its Applying to Engineering[M]. Beijing: Higher Education Press, 1985. 140– 146, 274– 290. [邱大洪. 波浪理论及其在工程上的应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 1985. 140– 146, 274– 290.]
- [3] Huang X L, Lu X S. Marine Engineering Hydromechanics and Structural Mechanics Response[M]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press, 1992. 39– 41, 54– 55. [黄祥鹿, 陆鑫森. 海洋工程流体力学及结构力学响应[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1992. 39– 41, 54– 55.]
- [4] Kimura H. Numerical calculation of horizontally fully immersed and two points moored cylindrical buoy in wave[J]. Fisheries Engineering, 1998, 35(2): 167– 176. [木村晴保. 水面上に水平に两端を系留された筒浮体の波による运动と系留索张力の算定法[J]. 水产工学, 1998, 35(2): 167– 176.]